

# MAT 451: Introduction to Algebra I

## Vjeshte 2011, Provim Final

Stefan Kohl

Data: 13.02.2012, Ora: 15:00 - 17:00

**Emri, Mbiemri:** \_\_\_\_\_

Pergjigjuni 6 pyetje e meposhtme. Nuk i lejohet te perdore asgje pervec leter e bardhe dhe nje stilolaps. Maksimumi i pikeve te mundshme eshte 40.

1. Gjeni rendet  $|C_2|$ ,  $|C_2 \times C_4|$ ,  $|D_6|$ ,  $|D_4 \times S_3 \times C_3|$ ,  $|A_4 \times A_4|$  dhe  $|A_5 \times C_5|$ . (6 pike)

2. Per secilen grup  $G$  nga listen e pare gjeni grupin  $H$  nga listen e dyte i cili eshte izomorfik me  $G$  (shembull: "ne kemi  $\langle(1, 2)\rangle \cong C_2$ "):

1. Lista e pare:  $\langle(1, 2, 3), (3, 4)\rangle$ ,  $\langle(1, 2), (1, 3)\rangle$ ,  $\langle(1, 2, 3, 4)(5, 6)\rangle$ ,  $\langle(1, 2, 3, 4), (1, 2)(3, 4)\rangle$ ,  $\langle(1, 2)(3, 4), (1, 3)(2, 4)\rangle$ ,  $\langle(1, 2)(3, 4), (1, 2, 3)\rangle$ ,  $\langle(1, 2, 3, 4, 5), (2, 5)(3, 4)\rangle$ .

2. Lista e dyte:  $C_4$ ,  $V_4$ ,  $S_3$ ,  $D_4$ ,  $D_5$ ,  $A_4$ ,  $S_4$ .

(7 pike)

3. Le te jete  $G := \langle(1, 3, 5)(2, 4, 6), (1, 2)\rangle < S_6$ .

1. Gjeni nje block sistem per veprimin e grupit  $G$  mbi bashkesine  $\{1, \dots, 6\}$ .
2. Gjeni rendin e grupit  $G$ .

(4 pike)

4. Gjeni nje grup  $G < S_6$  i cili vepron tranzitiv mbi bashkesine  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  dhe i cili ka rendin 18. (3 pike)

5. Gjeni grupin me rendin me i madh dhe grupin me rendin me i vogel nga listen  $S_4^6$ ,  $S_{12}^2$ ,  $S_3^8$ ,  $S_{24}$ ,  $S_8^3$ ,  $S_6^4$ . (4 pike)

6. Vertetoni apo gjeni kundershembuj:

1. Nje nengrup me indeks 3 eshte gjithmon nje nengrup normal.
2. Nese te gjitha elemente  $a \neq 1$  e grupit  $G$  kane rendin 2, grupi  $G$  eshte gjithmon abelian.
3. Nje grup  $G$  nuk mund te kete dy nengrupe  $H_1 \neq H_2$  me indeks 2.
4. Nese te gjitha nengrupe  $H \leq G$  e grupit  $G$  jane te zgjidhshme, edhe grupi  $G$  eshte i zgjidhshem.
5. Nese nje grup  $G < S_5$  ka elemente me rendet 3, 4 dhe 5, ne kemi gjithmon  $G = S_5$ .
6. Nese nje grup  $G$  i fundem ka vetem 2 klasat e konjugimit, grupi  $G$  eshte gjithmon izomorfik me  $C_2$ .
7. Grupi  $S_8$  nuk ka nje nengrup me rend 22.
8. Grupi  $S_7$  nuk ka nje nengrup i cili eshte izomorfik me  $C_6 \times C_2$ .

(16 pike)