MAT 551: Algebra I
Vjeshte 2011, Provim Final

Stefan Kohl

Data: 16.02.2012, Ora: 15:00 - 17:00

Emri, Mbiemri: ______________________________

Pergjigjuni 6 pyetje e meposhtme. Nuk i lejohet te perdore asgje pervec leter e bardhe dhe nje stilolaps. Maksimumi i pikeve te mundshme eshte 40.

1. Gjeni

   1. rendet $|\mathrm{V}_4|$, $|\mathrm{C}_3 \times \mathrm{C}_6|$, $|\mathrm{D}_4 \times \mathrm{A}_4|$, $|{\mathrm{S}_3}^2 \times \mathrm{C}_3|$, $|{\mathrm{A}_4}^2 \times \mathrm{C}_2|$ dhe $|\mathrm{A}_6 \times \mathrm{C}_3|$,
   2. rendet $|\langle(1,2),(2,3),(1,3)\rangle|$, $|\langle(1,2),(3,4),(5,6)\rangle|$, $|\langle(1,2),(2,3),(4,5)\rangle|$ dhe $|\langle(1,2),(2,3),(3,4)\rangle|$.

(10 pike)

2. Per secilen grup G nga listen e pare gjeni grupin H nga listen e dyte i cili eshte izomorfik me G (shembull: "ne kemi $\langle(1,2,3,4)\rangle \cong \mathrm{C}_4$"):

   1. Lista e pare: $\langle(1,2,3),(1,2,4)\rangle$, $\langle(1,2),(1,3)\rangle$, $\langle(1,2,3)\rangle$, $\langle(1,2,3)(4,5)\rangle$, $\langle(1,2,3,4),(1,3)\rangle$, $\langle(1,2)(3,4)\rangle$, $\langle(1,2),(2,3),(3,4)\rangle$.
   2. Lista e dyte: C_2, C_3, C_6, S_3, D_4, A_4, S_4.

(7 pike)

3. Le te jete $G := \langle(1,2,3),(1,2,4),(1,5)(2,6)(3,7)(4,8)\rangle < \mathrm{S}_8$.

   1. Gjeni nje block sistem per veprimin e grupit G mbi bashkesine $\{1,\dots,8\}$.
   2. Gjeni rendin e grupit G.

(4 pike)

4. Gjeni nje grup $G < \mathrm{S}_6$ i cili vepron tranzitiv mbi bashkesine $\{1,2,3,4,5,6\}$ dhe i cili ka rendin 72. (3 pike)

5. Le te jete $G := \langle(1,2)(3,4),(1,2,3,4,5,6,7,8)\rangle$. Gjeni nje block sistem per veprimin e grupit G mbi bashkesine $S := \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ apo tregoni qe grupi G vepron primitiv mbi S. (4 pike)

6. Vertetoni apo gjeni kundershembuj:

   1. Nese rendi i grupit G eshte tek, grupi G eshte gjithmon abelian.
   2. Nese rendi i grupit G eshte tek, nje nengrup $H < G$ me indeks 3 eshte gjithmon nje nengrup normal.
   3. Nese dy elemente $a, b \in \mathrm{S}_5$ kane rendin 4, prodhimi ab i atyre nuk mund te kete rendin 4.
   4. Nese nje grup G i fundem vepron 2-tranzitiv mbi nje bashkesi me n elemente, rendi i grupit G eshte gjithmon cift.

(12 pike)